

SISTEMA de ECUACIONES

$$\left. \begin{array}{l} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Si $\text{rg } A < \text{rg } A' \Rightarrow \text{SI} (\nexists \text{ sol})$

Si $\text{rg } A = \text{rg } A' \Rightarrow \text{SC}$

• $N^\circ \text{ incóg} = n^\circ \text{ ecs} \Rightarrow \text{SCD} (1 \text{ sol})$

• $N^\circ \text{ incóg} > n^\circ \text{ ecs} \Rightarrow \text{SCI} (\infty \text{ sol})$

ESPACIO VECTORIAL V

- $\vec{u} + \vec{v} \in V$
 - $\lambda \vec{u} \in V$
 - ...
- operaciones cerradas en U

SUBESPACIO VECTORIAL S

- $\vec{u} \in S$ y $\vec{v} \in S \Rightarrow \vec{u} + \vec{v} \in S$
- $\vec{u} \in S$ y $c \in \mathbb{R} \Rightarrow c\vec{u} \in S$

↳ debe contener al $\vec{0}$ y a $\vec{u}$ y $-\vec{u}$

⇒ S de $\mathbb{R}^3$ son rectas / planos que pasan por el origen.

Para definir un plano ($\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3, \dots, \mathbb{R}^n$)
necesito 2 $\vec{v}$ li no subespacio
de dim 2 (= n° parámetros)
una recta es de dim 1 no 1 $\vec{v}$

- combinación lineal
- sistema generador $G \in V$
si cualquier $\vec{v} \in V$ es cl de los
vectores de G.

INDEPENDENCIA LINEAL

$$S = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n\}$$

> li si $a_1\vec{v}_1 + a_2\vec{v}_2 + \dots + a_n\vec{v}_n = \vec{0} \rightarrow \text{SCD}$
 $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = \dots = 0$

> li si al menos 1 $c \neq 0 \rightarrow \text{SCI}$

$$A X = B$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

se puede definir de forma:

CARTESIANA / IMPLÍCITA

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - 2z = 0, x + y = 0\}$$

PARAMÉTRICA

$$S = \{(\lambda, \lambda, \lambda) \in \mathbb{R}^3 : \lambda \in \mathbb{R}\}$$

> cartesiana $\rightarrow$ paramétrica: resolver sist

$$\begin{cases} 2x - 2z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x = \lambda \\ z = \lambda \\ y = -\lambda \end{cases} \quad \begin{aligned} 2x - 2z = 0 &\Rightarrow z = x \\ x + y = 0 &\Rightarrow x = -y \end{aligned}$$

> Paramétrica $\rightarrow$ cartesiana: eliminar parám.

Ej. $\begin{cases} x = \lambda + \mu \\ y = \lambda + 2\mu \\ z = \lambda - \mu \\ t = \mu \end{cases} \quad \begin{aligned} \lambda &= x - \mu \\ y - x &= \mu \\ z - x &= -2\mu \\ t &= \mu \end{aligned} \quad \begin{aligned} y - x - t &= 0 \\ z - x + 2t &= 0 \end{aligned}$

$$N^\circ \text{ ecs implícitas} = \text{dim espacio} - \text{dim subesp.}$$

Ej. Para definir una recta (S de dim=1) necesito $\begin{cases} 1 \text{ ec imp. en } \mathbb{R}^2 \\ 2 \text{ ec imp. en } \mathbb{R}^3 \\ 3 \dots \text{ en } \mathbb{R}^4 \end{cases}$

BASE de un ESPACIO

$B = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n\}$ es base de V si $\begin{cases} \bullet B \text{ es s.g. de } V \\ \bullet B \text{ es li} \end{cases}$

$n = \text{dim del espacio vectorial}$

Ej. $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = B_c$ del espacio vectorial de matrices cuadradas de orden 2

$B_c \text{ de } \mathbb{R}^2 = \{(1,0), (0,1)\}$

$B_c \text{ de } \mathbb{R}^3 = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\}$

→ Las coordenadas de un vector respecto a una base son ÚNICAS.

CAMBIO de BASE

$\vec{X}_B$ = coordenadas de $\vec{u}$ en la base B

$\vec{X}'_{B'}$ = coordenadas de $\vec{u}$ en la base B'

$P_{B' \rightarrow B}$ = matriz del cambio de base de B' $\rightarrow$ B

↳ sus columnas son los vectores de B' respecto a B

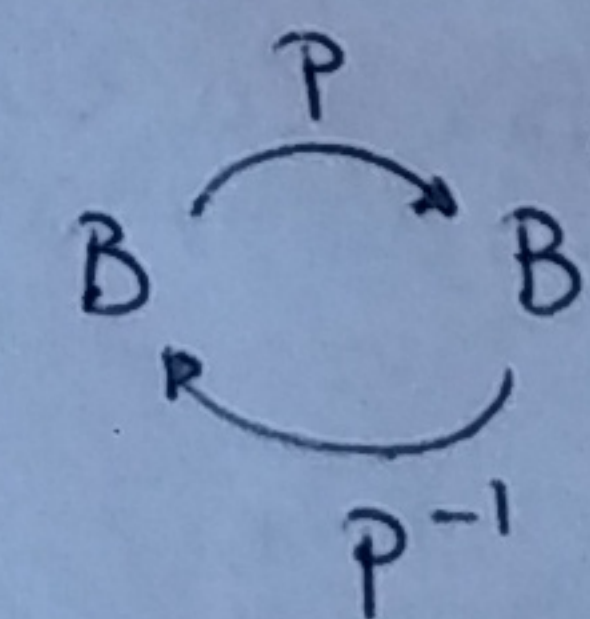
Ejemplo: $V = \mathbb{R}^2$

$$\vec{X} = (5, 4) \quad B = \{(1,0), (0,1)\}$$

$$\vec{X}' = ? \quad B' = \{(1,1), (-1,1)\}$$

$P_{B' \rightarrow B}$ (coordenadas de B' en función de B)

$P_{B \rightarrow B'}$ (coordenadas de B en función de B')



1ª forma

$$\vec{X} = 5(1,0) + 4(0,1) = X'_1(1,1) + X'_2(-1,1)$$

$$\begin{cases} 5 = X'_1 - X'_2 \\ 4 = X'_1 + X'_2 \end{cases} \quad \begin{aligned} X'_1 &= 9/2 \\ X'_2 &= -1/2 \end{aligned}$$

2ª forma

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X'_1 \\ X'_2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{X}_B = P_{B' \rightarrow B} \vec{X}'_{B'}$$

cómo obtener $P_{B' \rightarrow B}$

$$(1,1) = p_{11}(1,0) + p_{21}(0,1)$$

$$(-1,1) = p_{12}(1,0) + p_{22}(0,1)$$

Cada vector $\vec{v}$ de B' en función de los $\vec{v}$ de B.