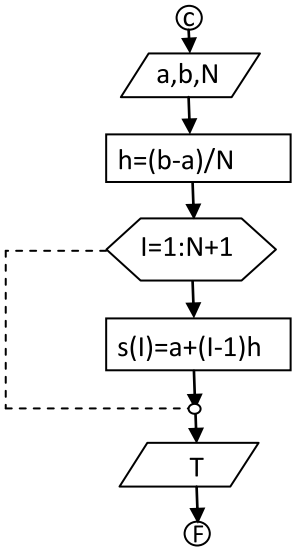
EJERCICIOS DE ALGORITMIA. FUNDAMENTOS DE PROGRAMACIÓN (GRADO EN BIOTECNOLOGÍA)

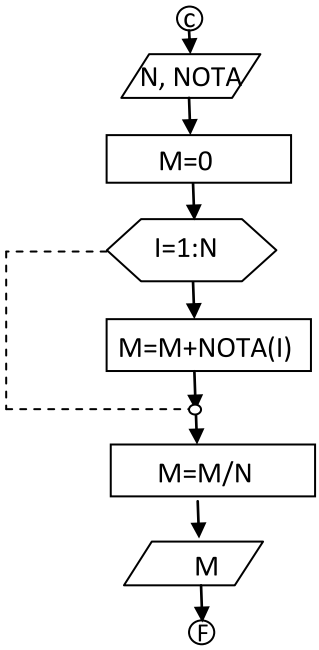
1. Realizar un organigrama para dividir un segmento [a,b] en N subintervalos iguales. Como datos de entrada se emplearán a, b (extremos del intervalo), N (número de subintervalos). El resultado se almacenará en un vector s.

Solución



2. Realizar un algoritmo para calcular la nota media de un conjunto de N alumnos. Se considera que la nota de cada alumno está almacenada en el vector NOTA.

Solución



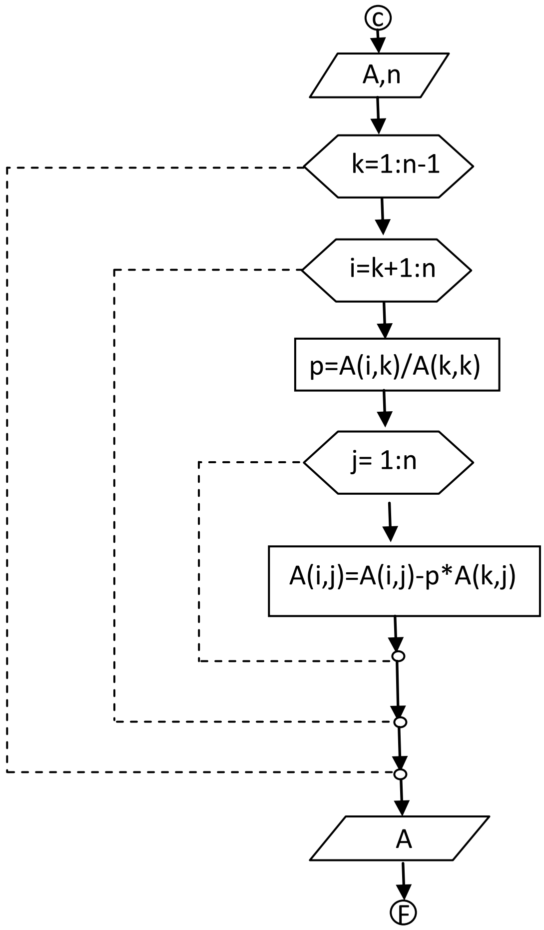
3. Realizar un algoritmo que, dada una matriz cuadrada A de n filas, permita transformarla, mediante operaciones elementales, en triangular superior. Para ello, se emplearán las fórmulas siguientes

$$p = \frac{A_{ik}}{A_{kk}}, \quad (k = 1, 2, \cdots, n-1; \; i = k+1, k+2, \cdots, n)$$

$$A_{ij} = A_{ij} - p \cdot A_{kj}, \quad (k = 1, 2, \cdots, n; \; i = k+1, k+2, \cdots, n; \; j = 1, 2, \cdots, n)$$

El resultado queda almacenado en la propia matriz A.

Solución



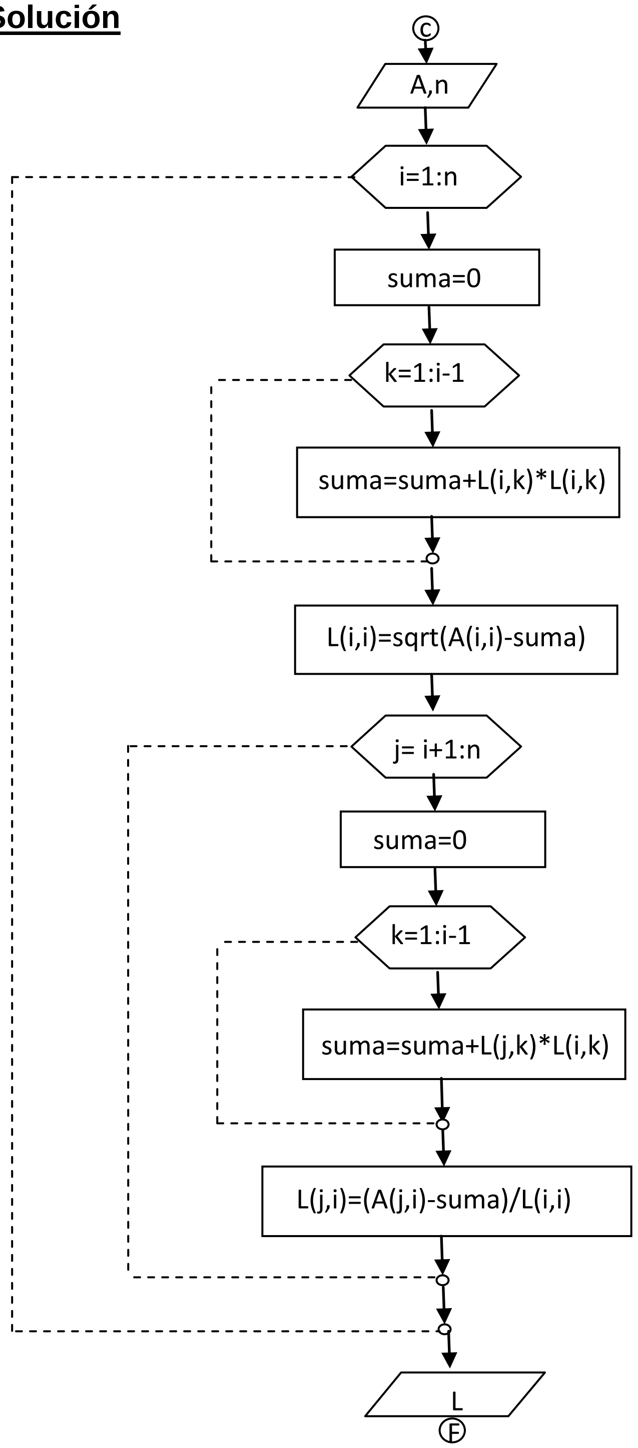
4. La descomposición de Cholesky consiste en convertir una matriz A en el producto de una matriz triangular inferior L y de una matriz triangular superior L^T (transpuesta de la matriz L). Realizar un organigrama para obtener la matriz L de acuerdo con las fórmulas:

Para i = 1,..n ; j=i+1,...,n hacer:

$$L_{i,i} = \sqrt{A_{i,i} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k}^{\;2}}$$

$$L_{j,i} = \frac{A_{j,i} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{j,k} L_{i,k}}{L_{i,i}}$$

Solución



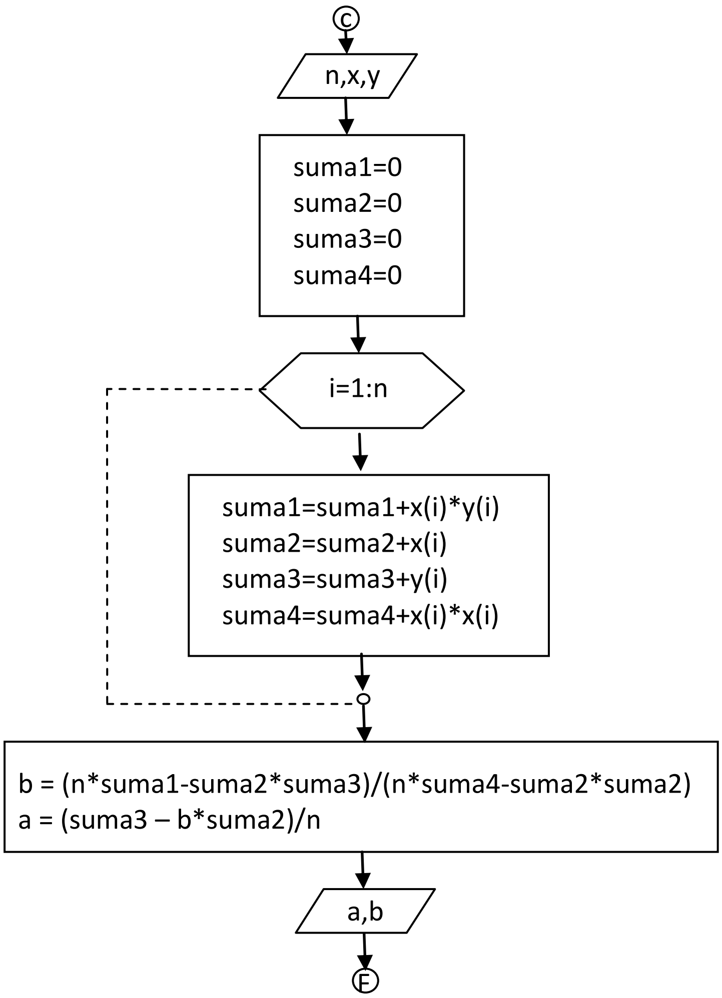
5. Consideramos n puntos representados mediante su abscisa y su ordenada. Las abscisas se encuentran almacenadas en el vector **x** y las ordenadas en el vector **y** (cada uno con n componentes). Se desea realizar un algoritmo que permita obtener la recta de regresión que se ajuste a los puntos dados. Dicha recta vendrá dada mediante los valores a (ordenada en el origen), b (pendiente). Para ello se considerarán las fórmulas siguientes:

$$b = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^{\ 2}\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$a = \overline{y} - b\overline{x}$$

siendo $\overline{x}$ e $\overline{y}$ las medias aritméticas de las abscisas y las ordenadas respectivamente.

Solución



6. Se dispone de una matriz cuadrada **A** de dimensiones (m,m) y de un vector columna **B** de dimensiones (m,1). La matriz **A** tiene estructura triangular superior, es decir:

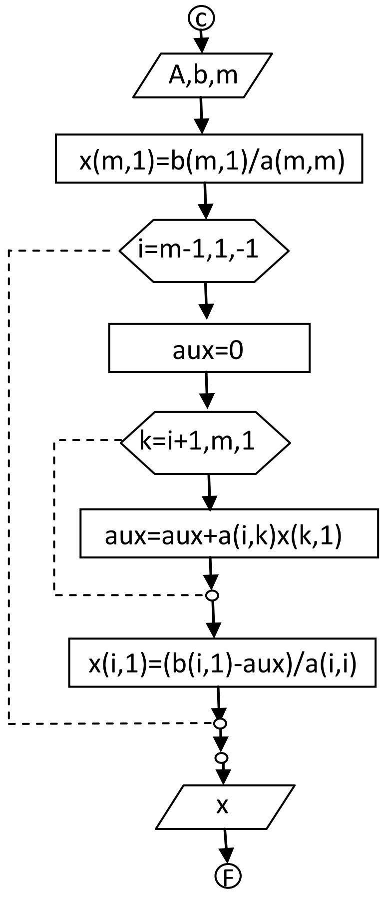
$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,m} \\ 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,m} \\ 0 & 0 & a_{3,3} & \cdots & a_{3,m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{m,m} \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} b_{1,1} \\ b_{2,1} \\ b_{3,1} \\ \cdots \\ b_{m,1} \end{pmatrix}$$

Se desea resolver, mediante el proceso denominado remonte, el sistema de ecuaciones A.X=B para lo que se emplearán las fórmulas siguientes:

$$x_{m,1} = \frac{b_{m,1}}{a_{m,m}}, \qquad x_{i,1} = \frac{b_{i,1} - \sum_{k=i+1}^{m} a_{i,k} x_{k,1}}{a_{i,i}} \qquad (i = m-1, m-2, \cdots, 1)$$

SE PIDE: realizar un ORGANIGRAMA que describa el proceso a seguir para obtener las componentes del vector solución **X** a partir de las expresiones dadas.

Solución



7. Para una función f(x) se define la diferencia finita de orden 0 como: $\Delta^0 f(x_i) = f(x_i)$. Se define la diferencia finita de primer orden como: $\Delta^1 f(x_i) = \Delta^0 f(x_{i+1}) - \Delta^0 f(x_i)$, se define la diferencia finita de segundo orden como: $\Delta^2 f(x_i) = \Delta^1 f(x_{i+1}) - \Delta^1 f(x_i)$. En general, la diferencia finita de orden k se define como: $\Delta^k f(x_i) = \Delta^{k-1} f(x_{i+1}) - \Delta^{k-1} f(x_i)$.

   Se considera un vector **f** que contiene los valores de cierta función f(x) en los puntos x_i. Se desea realizar un PSEUDO-CÓDIGO que describa el proceso a seguir para generar una matriz **A** de dimensiones (n,n) que contenga los valores de las diferencias finitas desde orden 0 hasta orden (n-1) con la siguiente estructura (se muestra el caso n=5)

$$A = \begin{pmatrix} \Delta^0 f_1 & \Delta^1 f_1 & \Delta^2 f_1 & \Delta^3 f_1 & \Delta^4 f_1 \\ \Delta^0 f_2 & \Delta^1 f_2 & \Delta^2 f_2 & \Delta^3 f_2 & 0 \\ \Delta^0 f_3 & \Delta^1 f_3 & \Delta^2 f_3 & 0 & 0 \\ \Delta^0 f_4 & \Delta^1 f_4 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta^0 f_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

<u>Solución</u>

```
Dados: f, n
A=0
Para i desde 1 hasta n con paso 1
      A(i,1)=f(i)
Fin bucle en i
Para j desde 2 hasta n con paso 1
      Para i desde 1 hasta n-j+1 con paso 1
            A(i,j)=(A(i+1,j-1)-A(i,j-1)
      Fin bucle en i
Fin del bucle en j
Escribir A
```

8. Realizar un algoritmo en forma de pseudo-código para resolver una ecuación no lineal mediante el método de Newton-Raphson. Este método consiste en lo siguiente:
   1) Conocidos: f (función no lineal), df (derivada de la función f), x_1 (estimación inicial de la solución), maxiter (número máximo de iteraciones), err (máximo error admisible).
   2) Inicializar el contador de iteraciones i=1.
   3) Definir: dif=2*err
   4) Mientras i<=maxiter y |dif|>err, calcular:

$$\begin{cases} i = i + 1 \\ x_i = x_{i-1} - \dfrac{f(x_{i-1})}{df(x_{i-1})} \\ dif = | x_i - x_{i-1} | \end{cases}$$

5) Escribir x

Solución

Como se pide el pseudo-código, el propio enunciado ya lo es.

9. Realizar un organigrama para ordenar las componentes de un vector por el **método de la burbuja**. Los pasos a seguir en este algoritmo son los siguientes:

1) Dado un vector a(a_1, a_2, a_3, ... a_n)

3) Para i desde 1 hasta n

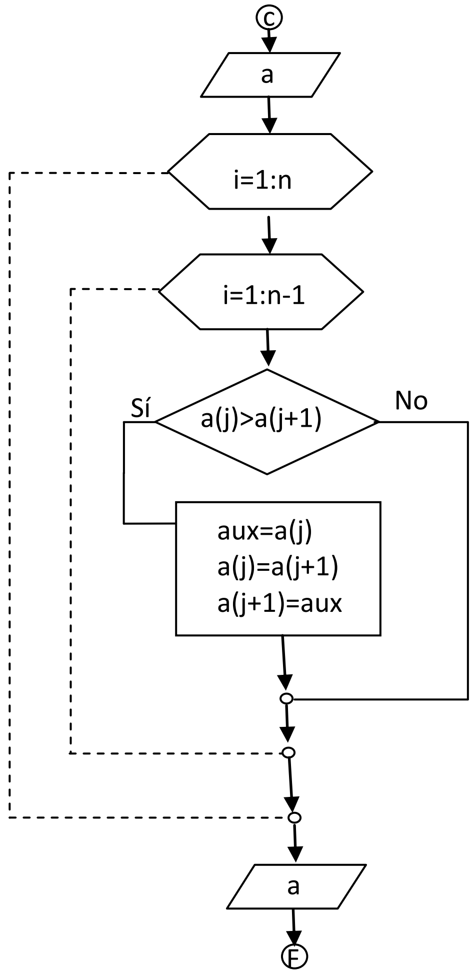
    Para j desde 1 hasta n-1
        Si $a_j > a_{j+1}$: intercambiar ambos

    Fin bucle en j

Fin bucle en i

4) Escribir a

Solución


C
a
i=1:n
i=1:n-1
Sí
a(j)>a(j+1)
No
aux=a(j)
a(j)=a(j+1)
a(j+1)=aux
a
F