

TEMA 4 - DINÁMICA DEL PUNTO

• Dinámica: estudia el movimiento en relación a las causas que lo producen, las fuerzas.

• Fuerza: causa capaz de modificar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo o de producir en él deformaciones o tensiones.

LEYES DE NEWTON:

1) Ley de la inercia: Si sobre un cuerpo no actúa fuerza alguna, o están equilibradas, no adquiere aceleración.

$$\vec{F} = \vec{0} \rightarrow \vec{a} = \vec{0} \quad \begin{cases} v=0 \rightarrow \text{REPOSO} \\ \vec{v} = \text{cte.} \rightarrow \text{MRU} \end{cases}$$

2) Ley del movimiento: Si sobre un sistema material actúa una fuerza no equilibrada, adquiere aceleración (= sentido y dirección que le fuerza)

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = m \cdot \vec{a}} \quad \text{Ecuación Fundamental DE LA MECÁNICA.}$$

3) Ley de acción y reacción: Cuando dos cuerpos interactúan, se ejercen mutuamente fuerzas iguales y de sentidos opuestos.

→ Fuerzas de acción y reacción:

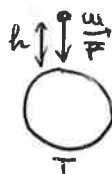
- Igual módulo y dirección
- Sentidos opuestos
- Actúan en cuerpos distintos.
- Actúan en pareja.

→ Ley de gravitación universal:

$$\boxed{F_{12} = F_{21} = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}}$$



$$F = G \frac{M_T}{R_T^2} m = m \cdot g$$



$$F = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} m$$

Ecuaciones Diferenciales del Movimiento:

Sobre un pto material actúan fuerzas de resultante: $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$.

su movimiento queda definido por:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$$

$$\vec{a} = x''\vec{i} + y''\vec{j} + z''\vec{k}$$

Según la 2ª ley de Newton
 $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_x = m x'' \\ F_y = m y'' \\ F_z = m z'' \end{cases}$$

Integrando: $\begin{cases} F_x = x''m \\ F_y = y''m \\ F_z = z''m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases}$

CANTIDAD DE MOVIMIENTO:

un pto material de masa "m" que se mueve con velocidad $\vec{v}$ posee una cantidad de movimiento ($\vec{p}$):

$$\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}} \rightarrow \text{misma dirección y sentido de } \vec{v}.$$

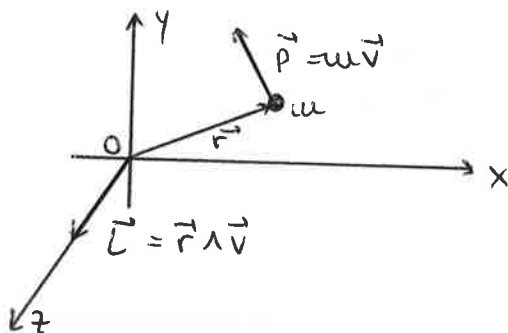
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

$$\begin{cases} \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = cte \\ \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow m \cdot \vec{v} = cte, \vec{v} = cte, \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$$

MOMENTO CINÉTICO:

$$\vec{L}_O = \vec{OH} \wedge m\vec{v}$$

$$\vec{L}_O = \vec{r} \wedge \vec{p}$$



$$[L_O] = \frac{kg \cdot m^2}{s}$$

Siendo H la posición de la partícula en un instante determinado.

Derivando:

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \wedge m\vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge m\vec{a} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \vec{r}_O(\vec{F})} \text{ MOMENTO DE LA FUERZA. } \begin{cases} \text{Si } \vec{r}_O(\vec{F}) = \vec{0} \rightarrow \vec{L} = cte. \end{cases}$$

CAMPO DE FUERTAS:

Región del espacio en la que un pto material situado en cualquier lugar del universo está sometido a la acción de una fuerza.

A cada pto se le asocia una fuerza y solo una.

→ VECITORIAL : $\vec{F} = \vec{F}(x, y, z)$
(Newton)

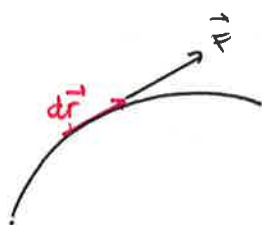
$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

ⓔ) Campo gravitatorio:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g}$$

LÍNEAS DE FUERZA:

líneas imaginarias tangentes en cada punto a la fuerza del campo en ese pto.
(curvas)

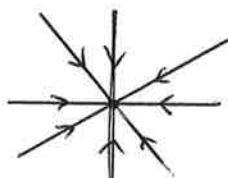


$$d\vec{r} \parallel \vec{F} \rightarrow d\vec{r} \wedge \vec{F} = 0$$

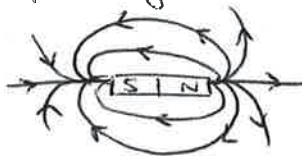
$$\frac{dx}{F_x} = \frac{dy}{F_y} = \frac{dz}{F_z}$$

Ecuación diferencial de la línea de fuerza.

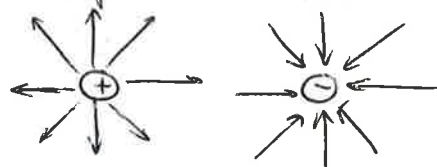
Cuando la fuerza es central (su línea de acción pasa por un pto fijo → centro de fuerza):



Campo magnético:

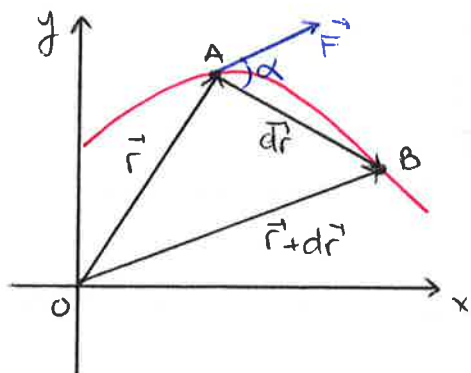


Campo eléctrico:



TRABAJO:

Cuando una partícula de masa m, pasa de una posición a otra, la fuerza que actúa sobre ella realiza trabajo.



durante un tiempo elemental el pto sigue un desplazamiento elemental.

$$ds = |d\vec{r}|$$

$$\text{Trabajo elemental} \rightarrow \boxed{dw = \vec{F} \cdot d\vec{r}}$$

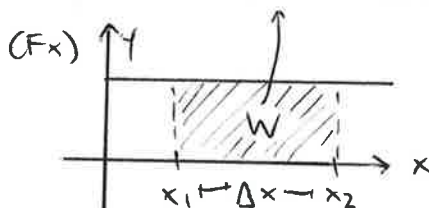
$$dW = F \cdot ds \cdot \cos \alpha$$

ii ESCALAR!! $[W] = J$

→ si $\vec{F} \perp d\vec{s} \rightarrow dw = 0$ ($dw = F ds \cdot \cos 90^\circ = 0$)

$dw = F_x dx + F_y dy + F_z dz$ $\xrightarrow{\text{Integrando}}$ Trabajo total $= \int_A^B dw = \int_A^B (F_x dx) + (F_y dy) + (F_z dz)$
 ↓
 En un intervalo (A, B)

si $\vec{F} = c\vec{e}_x \rightarrow W = F_x \Delta x$.



El trabajo, en general, depende de la trayectoria.

Algunos campos de fuerza, no depende el trabajo al pasar de A a B del camino seguido, sino solo de la posición inicial y final.

CAMPOS CONSERVATIVOS → las fuerzas que actúan son conservativas.

$W_{AB} = U_A - U_B$

POTENCIAL:

En campos conservativos.

$V(x, y, z) \rightarrow$ potencial ; ESCALAR!! $[V] = J/mg$

$U(x, y, z) \rightarrow$ Energía potencial $[U] = J$

$W_{AB} = -\Delta U = U_A - U_B$.

→ si la $\vec{F}$ es conservativa se puede definir : $\vec{F} = -\vec{\nabla} U$; $\vec{f} = -\vec{\nabla} V$

$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}\right) \quad \left\{ \begin{array}{l} F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \\ F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \\ F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} \end{array} \right.$

* El campo de fuerza está dirigido de más a menos potencial, con sentido de los potenciales decrecientes.

* Si se realiza una trayectoria cerrada en un campo de fuerza conservativo el $W=0$.

→ Para que una fuerza sea conservativa su rotacional tiene que ser nulo:

$$\text{rot } \vec{F} = \vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \vec{0}$$

$$\text{rot } \vec{F} = \vec{\nabla} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \vec{i} - \left(\frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \vec{k}$$

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES:

Lugar geométrico de los pts del campo que tienen el mismo potencial

$$U(x, y, z) = \text{cte.}$$

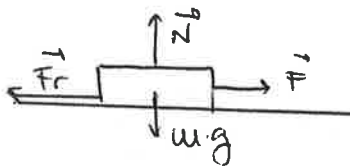
* las sup. equipotenciales NO se cortan; NO tienen pts en común.

FUERZAS ROTATIVAS:

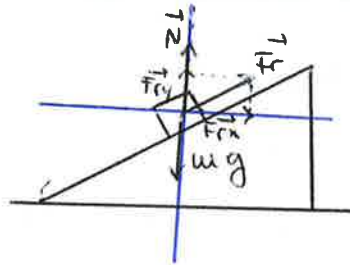
- no son conservativas.
- Se oponen al movimiento de un cuerpo sobre la superficie de otro, y actúan paralelamente a la superficie en común.

$$F_r \leq \mu N$$

Normal



F_r es proporcional a N ejercida por una sup. sobre otra.



POTENCIA:

$$P_m = \frac{W}{t} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{r}}{t} \quad [P_m] = \text{J/s} = W = \frac{N \cdot m}{s}$$

$$P_i = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

TEOREMA DE LAS FUERTAS VIVAS:

Un pto material de masa m que en un instante t se mueve con velocidad v :

- fuerza viva $\rightarrow mv^2$
- semi fuerza viva o E cinética $\rightarrow \frac{1}{2} mv^2$.

Si la partícula m realiza un desplazamiento elemental, su fuerza realiza un trabajo elemental.

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = m \vec{a} \cdot d\vec{r} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m \cdot v \cdot d\vec{v}$$

Si se desplaza de A a B, el trabajo total es:

$$W_{AB} = \int_A^B m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v} = \left[\frac{1}{2} m v^2 \right]_A^B = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = \Delta E_c.$$

$$\boxed{W_{AB} = \Delta E_c} \rightarrow \text{tanto si la } F \text{ es conservativa como si no.}$$

TEOREMA CONSERVACIÓN E.MECÁNICA.

$$E_{mec} = E_c + E_p.$$

$\rightarrow$ Si las fuerzas son conservativas:

$$W_{AB} = -\Delta U = \Delta E_c$$

$$U_A - U_B = E_{cB} - E_{cA}$$

$$\left(\begin{array}{l} U_A - U_B = E_{cB} - E_{cA} \\ U_A + E_{cA} = U_B + E_{cB} \end{array} \right) \rightarrow E_c + U = \text{cte} \rightarrow \boxed{E_{mec} = E_c + U = \text{cte}}$$

$\rightarrow$ Si actúan f. conservativas y no conservativas.

$$\vec{F}_r = \vec{F}_{con} + \vec{F}_{nocon} \Rightarrow W_{TOTAL} = W_{F1} + W_{F2} = E_{cf} - E_{ci}$$

$$W = U_i - U_f + W_{F2} = E_{cf} - E_{ci}$$

$$W_{F2} = \underbrace{E_{cf} + U_f} - (\underbrace{E_{ci} + U_i})$$

$$W_{F2} = E_{mecf} - E_{mec i} = \Delta E_{mec}.$$